

Вопросы к экзамену по дисциплине

«Элементы высшей математики» 2016-2017 группа 153

специальность 09.02.03

1.	Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами и их свойства.
2.	Определители, их свойства и способы вычисления.
3.	Минор, алгебраическое дополнение. Определители матриц выше третьего порядка (теорема о разложении определения по элементам строки или столбца).
4.	Обратная матрица, ее свойства и способы вычисления.
5.	Матричные уравнения. Составление матричных уравнений из системы линейных уравнений. Вывод формулы решения матричных уравнений
6.	Решение систем из n линейных уравнений с n неизвестными методами Крамера и Гаусса.
7.	Компланарные векторы. Необходимое и достаточное условие компланарности векторов (доказательство).
8.	Векторное произведение векторов и его свойства. Теорема о векторном произведении векторов (без доказательства). Следствия (Площадь параллелограмма, треугольника и синус угла между векторами)
9.	Уравнение прямой на плоскости. Виды уравнений
10.	Кривые второго порядка. Окружность как частный случай общего уравнения кривых второго порядка. Правило вычисления координат центра окружности
11.	Эллипс и его уравнение, исследование. Виды эллипса. Оси, фокусы, эксцентриситет и директриса эллипса.
12.	Гипербола и ее уравнение, исследование. Виды гиперболы. Оси, фокусы, эксцентриситет, директрисы, асимптоты
13.	Парабола и ее уравнение. Виды параболы.
14.	Алгебраическая форма комплексного числа, геометрический смысл. Действия над комплексными числами в алгебраической форме
15.	Полярная система координат. Тригонометрическая форма и алгоритм перевода из алгебраической формы.
16.	Показательная форма и алгоритм перевода из алгебраической формы.
17.	Предел функции в точке. Теорема о единственности предела (без вывода). Свойства пределов. Замечательные пределы
18.	Непрерывность функции в точке. Односторонние пределы. Точки разрыва и их классификация. Асимптоты (вертикальные и наклонные)
19.	Производные и дифференциалы высших порядков (вывод формул). Логарифмическое дифференцирование (план). Правило Лопиталья.
20.	Неопределенный интеграл, свойства. Интегрирование по частям (вывод).
21.	Определенный интеграл, свойства. Интегрирование по частям. Способы вычисления.
22.	Вычисление определенного интеграла методом прямоугольников (вывод)
23.	Вычисление определенного интеграла методом трапеций (вывод).
24.	Тело вращения вокруг координатных осей OX и OY . Объем тел вращения (вывод). Дуга, длина дуги.
25.	Функция двух переменных. Область определения. Частные производные первого и второго порядка. Экстремум функции двух переменных.
26.	Двойной интеграл, его геометрический смысл, формулы вычисления в прямоугольных и полярных координатах. Формула перевода из прямоугольной системы в полярную
27.	Дифференциальные уравнения (определение, порядок, решение и виды решений). Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными, алгоритм их решения.
28.	Линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами и его решение (алгоритм).
29.	Числовой ряд, сходящиеся ряды и их свойства. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточный признак сходимости ряда (признак Даламбера)
30.	Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость ряда.
31.	Функциональные и степенные ряды. Радиус и интервал сходимости (вывод).

Демонстрационные варианты заданий

- 1) Решить систему методом Крамера
$$\begin{cases} \frac{x+3y}{3} - \frac{3x-1}{2} = 2y \\ x+2y=8 \end{cases}$$
- 2) Перевести комплексное число $z = -4 + 4i$ в показательную форму и в тригонометрическую форму
- 3) Даны комплексные числа $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 2 - 4i$ Вычислить $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$
- 4) Вычислить интеграл $\int 5x \cdot \sin x \cdot dx$
- 5) Вычислить интеграл $\int 4x \cdot \cos 2x \cdot dx$
- 6) Вычислите интеграл $\int_1^3 6x \cdot e^x \cdot dx$.
- 7) Даны векторы $\vec{a}(0,1,-3), \vec{b}(2,1,-1), \vec{c}(4,2,-1)$ Вычислить $[[\vec{b}\vec{a}]\vec{c}]$
- 8) Даны векторы $\vec{a}(1;3;-2), \vec{b}(0;3;2)$. Вычислить векторное произведение векторов $[\vec{a}\vec{b}]$ и площадь параллелограмма, построенного на этих векторах
- 9) Дан эллипс $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$. Вычислить длины осей, координаты фокусов и эксцентриситет
- 10) Дана гипербола $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$. Найти координаты фокусов, длины осей и эксцентриситет
- 11) Найти частные производные и дифференциал первого порядка для функции $z = 4x^2 - 2xy^3 + y^2$
- 12) Вычислить интеграл $\iint_D (9xy^2) \cdot dx \cdot dy$, где $D: 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 2$
- 13) Найти частное решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными
$$y' \cdot 8y^3 - \frac{2}{y} = 0, \quad y(1) = -3$$
- 14) Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 6y' + 9y = 0$
- 15) Даны матрицы $A \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.
Вычислить $C = 4A - B$ и определитель для матрицы C
Вычислить $D = A \cdot B$ и определитель D
- 16) Вычислить обратную матрицу для матрицы $A \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$
- 17) Найдите минор M_{31} и алгебраическое дополнение A_{12} для матрицы $C \begin{pmatrix} 5 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
- 18) Вычислить предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9n+1}{9n} \right)^{2n}$
- 19) Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{5x}$
- 20) Найти объем тела, полученного вращением фигуры ограниченной линиями

$$x = \sqrt{3}y, x = 0, y = 1, y = 2, \text{ , вокруг оси ОУ}$$

21) Найти объем тела, полученного вращением фигуры ограниченной линиями $y = x - 2, x = 1, x = 3, y = 0$, вокруг оси ОХ

22) Вычислить производную 3-го порядка для функции

$$y = x^5 + 2e^x - 3\cos x - 4$$

23) Исследовать ряд $\frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \frac{27}{8} + \dots + \frac{3^n}{2^n} + \dots$ на сходимость по признаку Даламбера

24) Найдите асимптоты (вертикальные и наклонные) для функции $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$

25) Найдите частные производные 2-го порядка $z = 2x^{-3} + x^2y^2 - 4y^3$