**Вопросы к экзамену по дисциплине “Математическая логика”**

1. Множество. Способы задания множеств.
2. Классификация множеств. Мощность множества.
3. Операции над множествами.
4. Свойства операций над множествами.
5. Изображение множеств кругами Эйлера.
6. Декартово произведение множеств, его свойства.
7. Отношения. Способы задания.
8. Бинарные отношения, их свойства и виды.
9. Понятие подстановки, формулы количества подстановок.
10. Произведение подстановок, обратная подстановка, степень подстановки.
11. Четные и нечетные подстановки, свойства четных и нечетных постановок.
12. Понятие высказывания.
13. Основные логические операции.
14. Штрих Шеффера.
15. Стрелка Пирса.
16. Кольцевая сумма.
17. Формулы алгебры логики.
18. Тождественно-истинные формулы.
19. Эквивалентные преобразования формул. Применение операций склеивания и поглощения.
20. Законы де Моргана. Построение отрицаний формул.
21. Нормальные формы формул алгебры логики (ДНФ, КНФ).
22. Алгоритм получения КНФ из ДНФ.
23. Разложение формул по переменным.
24. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Способы построения.
25. Совершенная конъюнктивная нормальная форма. Способы построения.
26. Булевы функции, способы задания.
27. Булевы функции одной переменной.
28. Булевы функции двух переменных.
29. Построение для булевой функции СДНФ, СКНФ.
30. Минимизация булевой функции. Метод Квайна.
31. Многочлен Жегалкина.
32. Понятие замкнутого класса функций. Важнейшие замкнутые классы.
33. Полнота множества функции. Теорема Поста.
34. Понятие предиката (область определения, область истинности).
35. Операции над предикатами (обычные, логические, кванторные).
36. Понятие предикатной формулы, понятие свободной и связной переменной.
37. Методика построений отрицаний предикатам, содержащие кванторные операции.
38. Метод математической индукции.

**Практические задания для подготовки к экзамену**

 **по дисциплине “Математическая логика”**

1. Даны множества: *U*={2;4;6;8;10}, *A*={4;6;8}, *B*={2;6}, *C*={4;8;10}. Найдите: $\overline{A∪B}$, $C∩\overline{B}$, $\left(A\B\right)∪C$.

2. Даны множества: *U*={1;3;5;7;9} *A*={1;5} *B*={5;7;9} *C*={3;9}. Найти: $\overline{A∩B}$, $A∪\overline{B}$, $\overline{B}⨂C$.

3. Даны множества: А={1,2,3,4,…}, В= {2,4,6,…}. Найдите: $ А∩В, А∪В,{А}/{В},{В}/{А}, А⊕В.$

4. Даны множества: А={1,2,3,4,…}, В= {3,5,7,…}. Найдите $А∩В,А∪В,{А}/{В},{В}/{А}, А⊕В.$

5. Проверьте истинность соотношения для любых множеств А, В, С

 $\left(A∨B\right)∖\left(C∧A\right)≡\left(B∖C\right)∖(A∨C)$

6. Проверьте истинность соотношения для любых множеств А, В, С:

$$\left(A∨B\right)⨁\left(A∨C\right)≡A∨\left(B⨁C\right).$$

7. Докажите тождества:

$1)А⋂(\overbar{А}⋃В)=А⋂В,$ $ 2)А⨁В=\left(А⋂\overbar{В}\right)⋃\left(\overbar{А}⋂В\right),$ $3)\overbar{А⨁В}=(А⋂В)⋃(\overbar{А}⋂\overbar{В})$.

8. Дано множество $М=\left\{1,2,3,4,5,6,7\right\}$. Составьте матрицы отношений, определите их свойства:

R1 –« быть меньше», R2- « иметь общий делитель, отличный от единицы»

R3- «иметь один и тот же остаток от деления на 3», R4-«произведение нечетно»

R5-« разность положительная».

9. Найти $σ\_{1}^{-1}, σ\_{1}∙σ\_{2}, σ\_{2}∙σ\_{1}$, если $σ\_{1}=\left(\begin{array}{c}12345\\13542\end{array}\right), σ\_{2}=\left(\begin{array}{c}12345\\32451\end{array}\right)$.

10. Найти $σ\_{2}^{-1}, σ\_{1}^{3}, σ\_{2}^{-4} $, определить четность каждой подстановки, если $σ\_{1}=\left(\begin{array}{c}12345\\12543\end{array}\right), σ\_{2}=\left(\begin{array}{c}12345\\32154\end{array}\right)$.

11. Доказать методом математической индукции, что $5^{2n-1}-1$ делится на 8.

12. Методом математической индукции доказать, что $8^{2n-1}+1$ делится на 9.

13. Докажите утверждение методом математической индукции:

$$ 1+2^{2}+3^{2}+…=\frac{n\left(n+1\right)(2n+1)}{6}$$

14. Доказать методом математической индукции:

$$1+2+2^{2}+…+2^{n-1}=2^{n}-1.$$

15. Составить таблицы истинности формул:

1) $\left(x∨y\right)\leftrightarrow \left(y\downright \overbar{x}\right)$,

$2) \left(x|\overbar{y}\right)\rightarrow \left(z⊕\overbar{x∧y}\right)$,

$3) \left(x∨\overbar{y}\right)\rightarrow \left(\overbar{z}⊕\overbar{x}\right)$.

16. Проверьте равносильность формул:

1) $x\rightarrow \left(y⊕z\right)$ , $\left(x\rightarrow y\right)⊕\left(x\rightarrow z\right)$;
$2) x|(y\rightarrow z)$,$ \left(x\left|y\right)\rightarrow (x|z\right)$.

17. Упростите логические выражения:

, , , 

, , 

18. Записать формулы в приведенном виде (содержащем только операции ¬, ∧, ∨ над простыми переменными).

|  |
| --- |
|  |
|   |







19. Для функции составьте ДНФ, КНФ, СДНФ И СКНФ, используя элементарные преобразования

1) $f\left(x,y,z\right)=x\rightarrow \left(y⊕z\right)$, 2) $f\left(x,y,z\right)=x|(y\rightarrow z)$, 3)$f\left(x,y,z\right)=x∧(y\leftrightarrow z)$,

 4)$f\left(x,y,z\right)=\left(x∨y\right)\leftrightarrow \left(y\downright \overbar{x}\right)$.

20. Для функции составьте СДНФ И СКНФ, используя построение таблицы истинности

1) $f\left(x,y,z\right)=x\rightarrow \left(y⊕z\right)$, 2) $f\left(x,y,z\right)=x|(y\rightarrow z)$, 3)$f\left(x,y,z\right)=x∧(y\leftrightarrow z)$,

 4)$f\left(x,y,z\right)=\left(x∨y\right)\leftrightarrow \left(y\downright \overbar{x}\right)$.

21. Для функции, заданной вектором значений, составьте СДНФ, найдите сокращенную ДНФ, МДНФ:

1)f=(00110011), 2) f=(10011001), 3) f=(10001100).

22. Проверьте полноту системы булевых функций :

1) $\left\{x∨\overbar{y}, \overbar{x}\leftrightarrow y\right\}$, 2)$\left\{\overbar{x}\downright \overbar{y}, x\leftrightarrow y\right\}$, 3)$\left\{\overbar{x}⨁\overbar{y}, x⋀y\right\}$

23. Постройте многочлен Жегалкина для функции:

1)$ f\left(x,y,z\right)=\left(x∨y\right)\leftrightarrow \left(y\downright \overbar{x}\right)$, 2) $ f\left(x,y,z\right)=\left(x∨\overbar{y}\right)\rightarrow \left(y⊕x\right)$, 3) f(0,1,0)=f(1,0,0)=f(1,0,1)=0,

4) f(0,1,0)=f(1,0,0)=f(1,0,1)=1.