

**Демонстрационный вариант экзамена**  
**по дисциплине «Элементы высшей математики»**

**Инструкция для студентов**

На выполнение письменной работы по математике дается 2 астрономических часа (120 минут).

Экзаменационная работа состоит из двух частей: обязательной и дополнительной. При выполнении любого задания требуется представить ход решения и указать ответ.

Правильное выполнение заданий оценивается баллами. Баллы, полученные за все задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов.

**Обратите внимание на разные виды заданий в номерах 2, 6, 10.**  
**. В зависимости от варианта на экзамене может быть одно из предложенных заданий.**

**Критерии оценки выполнения работы**

Оценка	Число баллов, необходимых для получения оценки
«3» (удовлетворительно)	9-12
«4» (хорошо)	13-16
«5» (отлично)	11-19

1) Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$   $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 5 & -3 & -1 \\ 1 & -1 & 6 \end{pmatrix}$

Найти матрицу  $C=4B-3A$  и определитель

2) Дана матрица  $C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 5 & 8 & 3 \\ -1 & 7 & 1 \end{pmatrix}$

а) Найдите минор  $M_{13}$

б) Найти алгебраическое дополнение  $A_{21}$

3) Вычислить производную 7-го порядка для функции  $y = x^8 + 12e^x - 10\cos x + \sqrt{5}$

4) Даны векторы  $\vec{a}(3;-2;1), \vec{b}(-1;3;2)$ .

Вычислить векторное произведение векторов  $[\vec{a}\vec{b}]$

5) Даны комплексные числа  $z_1 = 1 + 2i$ ,  $z_2 = 2 - i$

Вычислить  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$ ,  $z_2^2$

6) Найти объём тела вращения плоской фигуры, ограниченной линиями

а)  $y = 4\sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 3$  вокруг оси  $OX$

б)  $x = 3y$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $y = 2$  вокруг оси  $OY$

7) Найти частные производные первого порядка

для функции  $z = -2x^{-5}y^{10}$

$z'_x$  и  $z'_y$

8) Разделить переменные в дифференциальном уравнении

$$\frac{y \cdot dy}{\sqrt{x^4 + 3}} = 2x^3 \cdot (y^2 + 1) \cdot dx$$

9) Решить дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися

переменными  $\frac{2y'}{y} - 6x^2 = 0$

10) Вычислить предел

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{21 \cdot \sin x}{3}$

б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x+1}{4x} \right)^x$

11) Вычислите седьмой элемент числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2-1}$

12) Дана функция  $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} +$

Составить ряд Маклорена для функции  $y = e^{16x}$

13) Решить систему методом Крамера или Гаусса  $\begin{cases} 2 \cdot (2x+1) = x - y + 6 \\ x - 4y = y - 8 \end{cases}$

14) а) Дан эллипс  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ .

Найти координаты фокусов, длины осей и эксцентриситет

б) Дана гипербола  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{24} = 1$  Найти координаты фокусов, длины осей и

эксцентриситет

15) Найти частные производные второго порядка

$$z = y^8 - 5x^2 \cdot y + y^7$$

16) Вычислить  $\iint_D (24xy^2) \cdot dx \cdot dy$ , где  $D: 1 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 2$

17) Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' - 4y' + 4y = 0$$

18) Используя признак Даламбера, исследуйте на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{12^n}{6^n}$

19) Решить дифференциальное уравнение в частных производных

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + 3x^2 y$$