

**Демонстрационный вариант экзамена
по дисциплине «Математика»**

Инструкция для студентов

На выполнение письменной работы по математике дается 2 астрономических часа (120 минут).

Экзаменационная работа состоит из двух частей: обязательной и дополнительной.

При выполнении любого задания требуется представить ход решения и указать ответ.

Правильное выполнение заданий оценивается баллами. Баллы, полученные за все задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов.

Обратите внимание на разные виды заданий в номерах 1-5, 8, 14-17. В зависимости от варианта на экзамене может быть одно из предложенных заданий.

Критерии оценки выполнения работы

Оценка	Число баллов, необходимых для получения оценки
«3» (удовлетворительно)	8-12
«4» (хорошо)	13-19
«5» (отлично)	20-23

Обязательная часть

1.(1 балл) Вычислите $\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} - 5 \cdot 27^{\frac{2}{3}} + 7^0$

[Вычислите $\sqrt[3]{125} - \sqrt[5]{32^4}$]

2.(1 балл) Найдите значение выражения $9^{\log_9 4} - 10 \cdot 2^{\log_2 0,3}$

[Найдите значение выражения $\log_2 5 + \log_2 \frac{24}{5} - \log_2 3$]

3.(1 балл) Упростить $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{\operatorname{ctg}(\pi - \alpha)}$

[Найдите значение $\sin \alpha$, если известно, что $\cos \alpha = -\frac{2}{7}$ и $\alpha \in II$ четверти]

4.(1 балл) Решите уравнение $\left(\frac{1}{6}\right)^{1+3x} = 36$

[Решите уравнение $\sqrt{2 - x + 9x^2} = 3x$]

5.(1 балл) Решите уравнение $\lg(x^2 - x) = \lg(3x + 5)$

[Решите уравнение $4\sin x - \sqrt{8} = 0$]

6.(1 балл) Решите неравенство $\left(\frac{2}{7}\right)^{3-2x} \leq \frac{4}{49}$.

7.(1 балл) Найдите производную функции $y = -5x^4 - \sin x + 18x$

8.(1 балл) Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$

[Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = 3t^3 + 6t$ (S- путь в метрах, t- время в секундах). Вычислите ускорение тела в момент времени $t=2$ с]

9.(1 балл) Найдите неопределенный интеграл $\int \left(\frac{7}{x} + 8x^3\right) dx$.

10.(1 балл) Точка движется прямолинейно так, что ее скорость в момент времени t изменяется по закону $v(t) = 6t^2$. Найдите путь, пройденный со 2 по 4 секунду движения.

11.(1 балл) Длина окружности основания цилиндрической бочки 24π м, а высота 5 м. Сколько воды вмещает бочка?

12. (1 балл) Найдите координаты вектора $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a} = \{-2; 0; -5\}$, $\vec{b} = \{7; -4; 8\}$.

13.(1 балл) В коробке 8 красных, 12 черных и 15 белых шариков. Наугад выбирают шарик. Найдите вероятность того, что выбран не белый шарик.

Дополнительная часть.

14. (2 балла) Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\cos x - 3 = 0$

[Решите уравнение $\log_3(x - 1) + \log_3(x + 2) = \log_3(x^2 + 4)$]

15. (2 балла) Найдите промежутки убывания функции $y = -x^3 + x^2$.

[Найдите наибольшее значение функции $y = 5x^2 - 10x$ на отрезке $[-4; 0]$]

16.(2 балла) Найдите неопределенный интеграл $\int (3 - 5x)^9 dx$.

[Решите систему уравнений $\begin{cases} 125^x = 25^y \\ 16^x = 2^{y+1} \end{cases}$]

17.(2 балла) Высота конуса равна 8 см, угол при вершине осевого сечения 90° . Найти площадь полной поверхности и объем конуса.

[Каждое ребро прямого параллелепипеда равно 12 см, один из углов основания 30° . Найти площадь боковой поверхности и объем параллелепипеда.]

18.(2 балла) Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{(x+5)(x-6)}{(1-x)}}$.